अध्याय 6

त्रिभुज

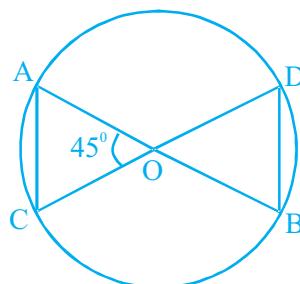
(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

सर्वांगसमता और समरूपता, दो बहुभुजों की समरूपता के लिए प्रतिबंध, त्रिभुजों की समरूपता, समरूपता और शीर्षों की संगतता, त्रिभुजों की समरूपता की कसौटियाँ : (i) AAA या AA (ii) SSS (iii) SAS

- यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर एक रेखा अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करने के लिए खींची जाए, तो ये दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं (समानुपातिकता का आधारभूत प्रमेय) और इसका विलोम।
- दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
- एक समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से उसके कर्ण पर खींचा गया लंब उस त्रिभुज को ऐसे दो त्रिभुजों में विभाजित करता है जो संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं और परस्पर भी समरूप होते हैं।
- किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है (पाइथागोरस प्रमेय) और इसका विलोम।

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

प्रतिदर्श प्रश्न 1: यदि आकृति 6.1 में, O दो जीवाओं AB और CD का प्रतिच्छेद बिंदु इस प्रकार है कि OB = OD है, तो त्रिभुज OAC और ODB हैं

आकृति 6.1

(A) समबाहु परंतु समरूप नहीं

(B) समद्विबाहु परंतु समरूप नहीं

(C) समबाहु और समरूप

(D) समद्विबाहु और समरूप

हल : उत्तर (D)

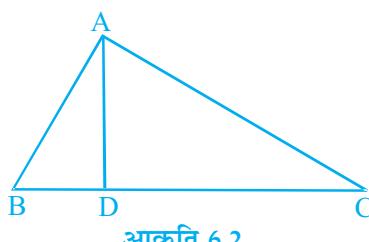
प्रतिदर्श प्रश्न 2: एक त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और AC पर क्रमशः बिंदु D और E इस प्रकार स्थित हैं कि AD = 2 cm, BD = 3 cm, BC = 7.5 cm और DE || BC है। तब, DE की लंबाई (cm में) है

(A) 2.5 (B) 3 (C) 5 (D) 6

हल : उत्तर (B)

प्रश्नावली 6.1

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

1. आकृति 6.2 में, $\angle BAC = 90°$ और $AD \perp BC$ हैं। तब,

आकृति 6.2

(A) BD . CD = BC^2 (B) AB . AC = BC^2

(C) BD . CD = AD^2 (D) AB . AC = AD^2

2. एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लंबाइयाँ 16 cm और 12 cm हैं। तब, इस समचतुर्भुज की भुजा की लंबाई है

(A) 9 cm (B) 10 cm (C) 8 cm (D) 20 cm

3. यदि Δ A B C ~ Δ E D F और Δ A B C, Δ D E F के समरूप नहीं है, तो निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है?

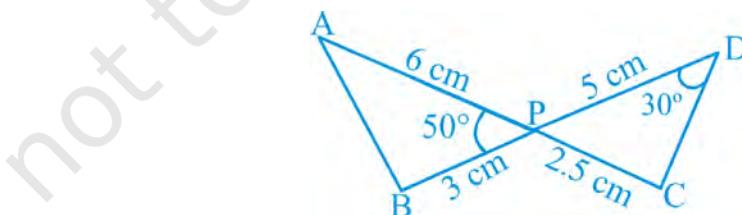
(A) BC . EF = A C. FD (B) AB . EF = AC . DE

(C) BC . DE = AB . EF (D) BC . DE = AB . FD

4. यदि दो त्रिभुजों ABC और PQR मे, $\frac{AB}{QR}=\frac{BC}{PR}=\frac{CA}{PQ}$ है, तो

(A) Δ PQR ~ Δ CAB (B) Δ PQR ~ Δ ABC

(C) Δ CBA ~ Δ PQR (D) Δ BCA ~ Δ PQR

5. आकृति 6.3 में, दो रेखाखंड AC और BD परस्पर बिंदु P पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि PA = 6 cm, PB = 3 cm, PC = 2.5 cm, PD = 5 cm, ∠ APB = 50° और ∠ CDP = 30° है तब, ∠ PBA बराबर है

आकृति 6.3

(A) 50° (B) 30° (C) 60° (D) 100°

6. यदि दो त्रिभुजों DEF और PQR मे, ∠D = ∠Q और ∠R = ∠E है, तो निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है?

(A) $\frac{EF}{PR}=\frac{DF}{PQ}$ (B) $\frac{DE}{PQ}=\frac{EF}{RP}$

(C) $\frac{DE}{QR}=\frac{DF}{PQ}$ (D) $\frac{EF}{RP}=\frac{DE}{QR}$

7. त्रिभुजों ABC और DEF में, $\angle B = \angle E$, $\angle F = \angle C$ तथा AB = 3 DE है। तब दोनों त्रिभुज हैं

(A) सर्वांगसम परंतु समरूप नहीं (B) समरूप परंतु सर्वांगसम नहीं

(C) न तो सर्वांगसम और न ही समरूप (D) सर्वांगसम और समरूप दोनों

8. यह दिया है कि $\frac{BC}{QR}=\frac{1}{3}$ के साथ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है। तब $\frac{ar\,(PRQ)}{ar\,(BCA)}$ बराबर है

(A) 9 (B) 3

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{9}$

9. $\Delta ABC \sim \Delta DFE$, $\angle A = 30°$, $\angle C = 50°$, AB = 5 cm, AC = 8 cm और DF= 7.5 cm दिया हुआ है। तब, निम्नलिखित सत्य है :

(A) DE = 12 cm, $\angle F = 50°$ (B) DE = 12 cm, $\angle F = 100°$

(C) EF = 12 cm, $\angle D = 100°$ (D) EF = 12 cm, $\angle D = 30°$

10. यदि त्रिभुज ABC और DEF में, $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{FD}$ है, तो ये समरूप होंगे, जब

(A) $\angle B = \angle E$ (B) $\angle A = \angle D$

(C) $\angle B = \angle D$ (D) $\angle A = \angle F$

11. यदि $\Delta ABC \sim \Delta QRP$, $\frac{ar\,(ABC)}{ar\,(PQR)}=\frac{9}{4}$, AB = 18 cm और BC = 15 cm है, तो PR बराबर है

(A) 10 cm (B) 12 cm (C) $\frac{20}{3}$ cm (D) 8 cm

12. यदि Δ PQR की एक भुजा PQ पर S एक ऐसा बिंदु है कि PS = QS = RS है, तो

(A) $PR \, . \, QR = RS^2$ (B) $QS^2 + RS^2 = QR^2$

(C) $PR^2 + QR^2 = PQ^2$ (D) $PS^2 + RS^2 = PR^2$

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: Δ ABC में, AB = 24 cm, BC = 10 cm और AC = 26 cm है। क्या यह त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

हल : यहाँ $AB^2 = 576$, $BC^2 = 100$ और $AC^2 = 676$ है। अत:, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

अत:, दिया हुआ त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2: एक त्रिभुज DEF की भुजाओं DE और DF पर क्रमश: बिंदु P और Q इस प्रकार हैं कि DP = 5 cm, DE = 15 cm, DQ = 6 cm और QF = 18 cm है। क्या PQ || EF है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

हल : यहाँ, $\frac{DP}{PE} = \frac{5}{15-5} = \frac{1}{2}$ और $\frac{DQ}{QF} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

क्योंकि $\frac{DP}{PE} \neq \frac{DQ}{QF}$ है, इसलिए PQ भुजा EF के समांतर नहीं है।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: Δ FED ~ Δ STU दिया है। क्या यह कहना सत्य है कि $\frac{DE}{ST} = \frac{EF}{TU}$? क्यों?

हल : नहीं, क्योंकि सही संगतता $F \leftrightarrow S$, $E \leftrightarrow T$ और $D \leftrightarrow U$ है।

इस संगतता के साथ, $\frac{EF}{ST} = \frac{DE}{TU}$ है।

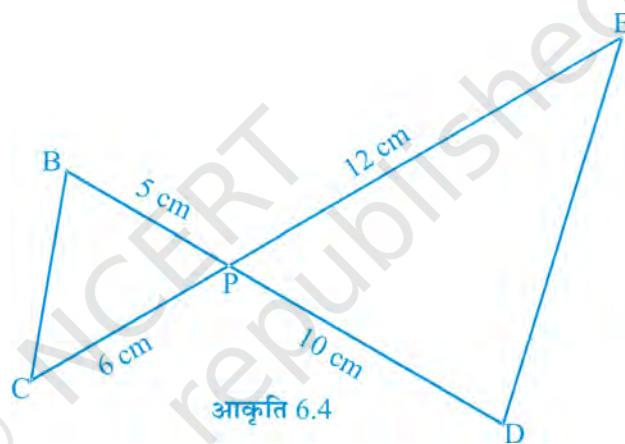
प्रश्नावली 6.2

1. क्या भुजाओं 25 cm, 5 cm और 24 cm वाला त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

2. Δ DEF ~ Δ RPQ दिया है। क्या कहना सत्य है कि $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$? क्यों?

3. किसी त्रिभज PQR की भजाओं PQ और PR पर क्रमश: बिंद A और B इस प्रकार स्थित हैं कि PQ = 12.5 cm, PA = 5 cm, BR= 6 cm और PB = 4 cm है। क्या AB||QR है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

4. आकृति 6.4 में. BD और CE परस्पर बिंद P पर प्रतिच्छेद करते हैं। क्या $\Delta PBC \sim \Delta PDE$ है? क्यों?

आकृति 6.4

5. त्रिभजों PQR और MST मे, $\angle P = 55°$, $\angle Q = 25°$, $\angle M = 100°$ और $\angle S = 25°$ है। क्या Δ QPR ~ Δ TSM है? क्यों?

6. क्या निम्नलिखित कथन सत्य है? क्यों

"दो चतर्भज समरूप होते हैं. यदि उनके संगत कोण बराबर हों"

7. एक त्रिभुज की दो भुजाओं और परिमाप में से प्रत्येक क्रमश: दसरे त्रिभज की संगत दोनों भजाओं और परिमाप के तिगने हैं। क्या दोनों त्रिभज समरूप हैं

8. यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का एक न्यून कोण दूसरे त्रिभुज के एक न्यन कोण के बराबर हो. तो क्या आप कह सकते हैं कि दोनों त्रिभज समरूप होंगे? क्यों

9. दो समरूप त्रिभजों के संगत शीर्षलंबों का अनपात $\frac{3}{5}$ है। क्या यह कहना सही है कि इन त्रिभजों

के क्षेत्रफलों का अनपात $\frac{6}{5}$ है? क्यों?

आकृति 6.5

10. ΔPQR की भुजा QR पर कोई बिंद D इस प्रकार है कि $PD \perp QR$ है। क्या $\Delta PQD \sim \Delta RPD$ कहना सही होगा? क्यों?

11. आकति 6.5 में. यदि $\angle D = \angle C$ है. तो क्या यह सत्य है कि $\Delta ADE \sim \Delta ACB$ है? क्यों?

12. क्या यह कहना सत्य है कि यदि दो त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर है तथा एक त्रिभुज की दो भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की दो भजाओं के समानपाती हैं. तो त्रिभज समरूप होंगे? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: एक समकोण त्रिभुज के पैर (कर्ण को छोड़ कर अन्य दो भुजाएँ) 16cm और 8cm लंबाइयों के हैं। इस त्रिभज के अंतर्गत खींचे जा सकने वाले सबसे बडे वर्ग की भजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

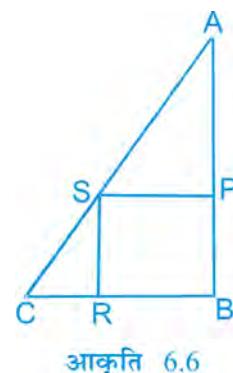
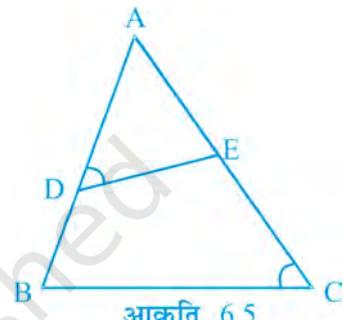
हल : मान लीजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें $\angle B$ समकोण है तथा AB = 16 cm और BC = 8 cm है। तब, इस त्रिभुज के अंतर्गत खींचे जा सकने वाला सबसे बडा वर्ग BRSP होगा. जैसा कि आकति 6.6 में दर्शाया गया है।

मान लीजिए कि PB = x cm है। अत:. AP = $(16 - x)$ cm है। ΔAPS और ΔABC मे, $\angle A = \angle A$ और $\angle APS = \angle ABC$ (प्रत्येक 90°)

अत:. $\Delta APS \sim \Delta ABC$ (AA समरूपता)

अत:. $$\frac{AP}{AB} = \frac{PS}{BC}$$

या $$\frac{16 - x}{16} = \frac{x}{8}$$

आकृति 6.6

या $128 - 8x = 16x$

या $x = \frac{128}{24} = \frac{16}{3}$

अतः, वाँछित वर्ग की भुजा की लंबाई $\frac{16}{3}$ cm है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2: किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण 25 cm है तथा शेष दो भुजाओं में से एक दूसरी से 5 cm बड़ी है। अन्य दो भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि एक भुजा x cm है। तब, दूसरी भुजा $(x + 5)$ cm होगी।

अतः, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$x^2 + (x + 5)^2 = (25)^2$$

या $x^2 + x^2 + 10x + 25 = 625$

या $x^2 + 5x - 300 = 0$

या $x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$

या $x(x+20) - 15(x+20) = 0$

या $(x-15)(x+20) = 0$

अतः, $x = 15$ या $x = -20$

$x = -20$ को छोड़ने पर, हमें त्रिभुज की एक भुजा 15 cm तथा दूसरी भुजा $(15 + 5)$ cm = 20 cm प्राप्त होती है।

आकृति 6.7

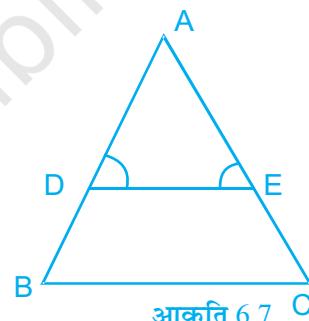
प्रतिदर्श प्रश्न 3: आकृति 6.7 में,

$\angle D = \angle E$ और $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है। सिद्ध कीजिए कि BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

हल : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (दिया है)

अतः, DE || BC (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का विलोम)

अतः, $\angle D = \angle B$ और $\angle E = \angle C$ (संगत कोण) (1)

परंतु $\angle D = \angle E$ (दिया है)

अतः, $\angle B = \angle C$ [(1) से]

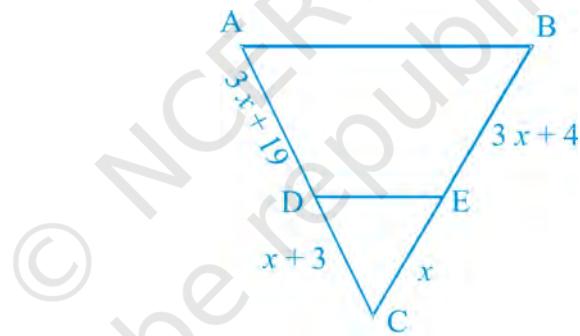
इसलिए. AB = AC (बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएं)

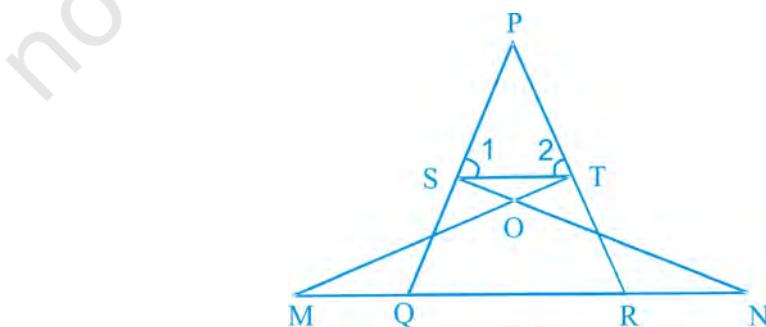
अर्थात BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है

प्रश्नावली 6.3

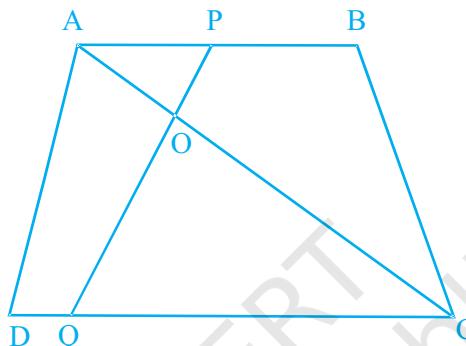
1. Δ PQR मे, $PR^2 - PQ^2 = QR^2$ है तथा M भुज PR पर एक बिंदु इस प्रकार स्थित है कि $QM \perp PR$ है। सिद्ध कीजिए कि

$QM^2 = PM \times MR$ है।

2. x का वह मान ज्ञात कीजिए. जिसके लिए आकृति 6.8 में. DE || AB हो।

आकृति 6.8

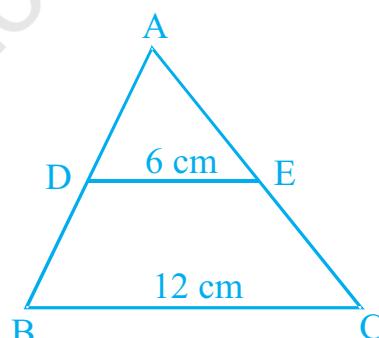
3. आकृति 6.9 में. यदि $\angle 1 = \angle 2$ और $\Delta NSQ \cong \Delta MTR$ है. तो सिद्ध कीजिए $\Delta PTS \sim \Delta PRQ$ है।

आकृति 6.9

4. समलंब PQRS के विकर्ण परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं, PQ || RS और PQ = 3 RS है। त्रिभुजों POQ और ROS के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

5. आकृति 6.10 में, यदि AB || DC तथा AC और PQ परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि OA . CQ = OC . AP है।

आकृति 6.10

6. भुजा 8 cm वाले एक समबाहु त्रिभुज का शीर्षलंब ज्ञात कीजिए।

7. यदि Δ ABC ~ Δ DEF, AB = 4 cm, DE = 6 cm, EF = 9 cm और FD = 12 cm है, तो Δ ABC का परिमाप ज्ञात कीजिए।

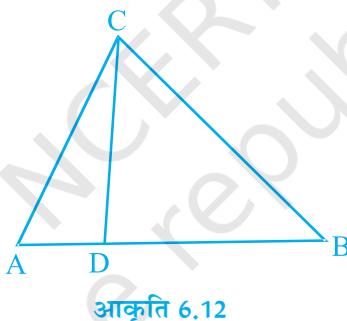
8. आकृति 6.11 में, यदि DE || BC है, तो ar (ADE) और ar (DECB) का अनुपात ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.11

9. ABCD एक समलंब है, जिसमें AB || DC है तथा बिंदु P और Q क्रमशः AD और BC पर इस प्रकार स्थित हैं कि PQ || DC है। यदि PD = 18 cm, BQ = 35 cm और QC = 15 cm है, तो AD ज्ञात कीजिए।

10. दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ 2 : 3 के अनुपात में हैं। यदि छोटे त्रिभुज का क्षेत्रफल 48 cm^2 है, तो बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. त्रिभुज PQR में, भुजा PR पर स्थित N एक ऐसा बिंदु है कि $QN \perp PR$ है। यदि $PN.NR = QN^2$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQR = 90°$ है।

12. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल 36 cm^2 और 100 cm^2 हैं। यदि बड़े त्रिभुज की एक भुजा की लंबाई 20 cm है, तो उस भुजा के संगत छोटे त्रिभुज की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

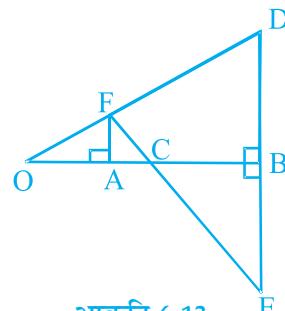
13. आकृति 6.12 में, यदि $\angle ACB = \angle CDA$, AC = 8 cm और AD = 3 cm है, तो BD ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.12

14. एक विशेष समय पर, 15 मीटर ऊँची एक मीनार (टॉवर) की छाया की लंबाई 24 मीटर है। उसी समय पर, एक टेलीफोन के खंभे की छाया की लंबाई 16 मीटर है। टेलीफोन के खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

15. 10m लंबी एक सीढ़ी, जो एक उर्ध्वाधर दीवार के सहारे टिकी हुई है, के निचले सिरे की दीवार के आधार से दूरी 6 m है। दीवार पर उस बिंदु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए, जहाँ तक सीढ़ी का ऊपरी सिरा पहुँचता है।

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

आकृति 6.13

प्रतिदर्श प्रश्न 1: आकृति 6.13 में, OB रेखाखंड DE का लंब

समद्विभाजक है, $FA \perp OB$ तथा FE रेखाखंड OB को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}=\frac{2}{OC}$ है।

हल : Δ AOF और Δ BOD में,

$\angle O = \angle O$ (एक ही कोण) और $\angle A = \angle B$ (प्रत्येक 90°)

अतः, $\Delta AOF \sim \Delta BOD$ (AA समरूपता)

इसलिए, $\frac{OA}{OB}=\frac{FA}{DB}$ ...(1)

साथ ही, Δ FAC और Δ EBC में,

$\angle A = \angle B$ (प्रत्येक 90°)

और $\angle FCA = \angle ECB$ (शीर्षाभिमुख कोण).

अतः, $\Delta FAC \sim \Delta EBC$ (AA समरूपता).

इसलिए, $\frac{FA}{EB}=\frac{AC}{BC}$

परंतु EB = DB (DE का मध्य-बिंदु B है)

अतः, $\frac{FA}{DB}=\frac{AC}{BC}$ ...(2)

इसलिए, (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\frac{AC}{BC}=\frac{OA}{OB}$$

या $$\frac{OC-OA}{OB-OC}=\frac{OA}{OB}$$

या $$OB\,.\,OC - OA\,.\,OB = OA\,.\,OB - OA\,.\,OC$$

या $\quad OB \,.\, OC + OA \,.\, OC = 2\, OA \,.\, OB$

या $\quad (OB + OA).\, OC = 2\, OA \,.\, OB$

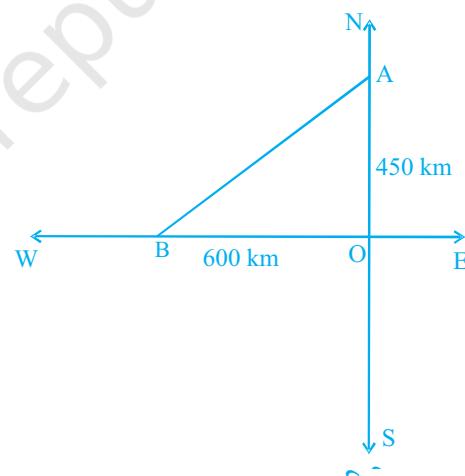
या $\quad \dfrac{1}{OA} + \dfrac{1}{OB} = \dfrac{2}{OC}$ [दोनों पक्षों को OA . OB . OC से भाग देने पर]

प्रतिदर्श प्रश्न 2: सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज में, एक भुजा पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

हल : कक्षा X की गणित पाठ्यपुस्तक में प्रमेय 6.9 की उपपत्ति देखिए।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: किसी हवाई अड्डे से एक हवाई जहाज उत्तर की ओर 300 km/h की चाल से उड़ता है। उसी समय, एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 400 km/h की चाल से उड़ता है। $1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच कितनी दूरी होगी?

हल : पहले हवाई जहाज द्वारा $1\frac{1}{2}$ घंटे में तय की गई दूरी $= 300 \times \dfrac{3}{2}$ km $= 450$ km तथा $1\frac{1}{2}$ घंटे में दूसरे हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी

$= \dfrac{400 \times 3}{2}$ km $= 600$ km

आकृति 6.14

$1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद, दोनों हवाई जहाजों की स्थितियाँ A और B हैं, जैसा कि आकृति 6.14 में दर्शाया गया है।

अर्थात् OA = 450 km और OB = 600 km

Δ AOB से, हमें प्राप्त होता है :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

या $\quad AB^2 = (450)^2 + (600)^2$

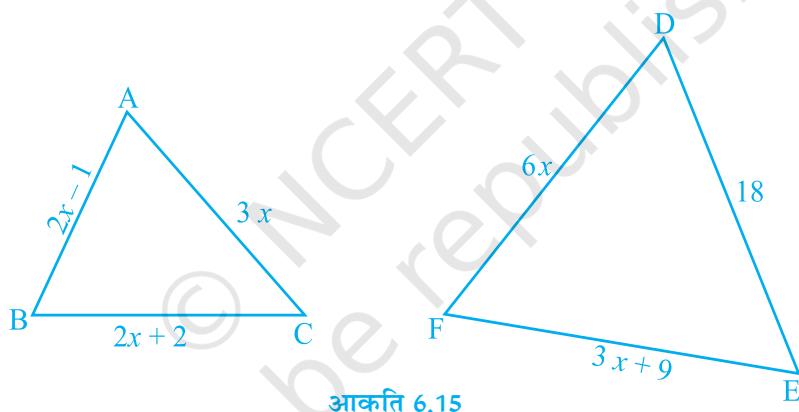
$$= (150)^2 \times 3^2 + (150)^2 \times 4^2$$

$$= 150^2\ (3^2 + 4^2)$$

$$= 150^2 \times 5^2$$

या $\quad AB = 150 \times 5 = 750$

अतः, दोनों हवाई जहाज $1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद 750 km की दूरी पर होंगे।

प्रतिदर्श प्रश्न 4: आकृति 6.15 में, यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है तथा उनकी भुजाएँ उन लंबाइयों (cm में) की हैं जो उनके अनुदिश अंकित हैं, तो प्रत्येक त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.15

हल : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (दिया है)

अतः, $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD}$

इसलिए, $\dfrac{2x-1}{18} = \dfrac{2x+2}{3x+9} = \dfrac{3x}{6x}$

अब, $\dfrac{2x-1}{18} = \dfrac{3x}{6x}$ को लेने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$\frac{2x-1}{18}=\frac{1}{2}$$

या $$4x-2=18$$

या $$x=5$$

अतः, $AB = 2 \times 5 - 1 = 9$, $BC = 2 \times 5 + 2 = 12$

$CA = 3 \times 5 = 15$, $DE = 18$, $EF = 3 \times 5 + 9 = 24$ और $FD = 6 \times 5 = 30$

अतः, AB = 9 cm, BC = 12 cm, CA = 15 cm,

DE = 18 cm, EF = 24 cm और FD = 30 cm.

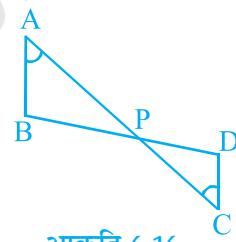
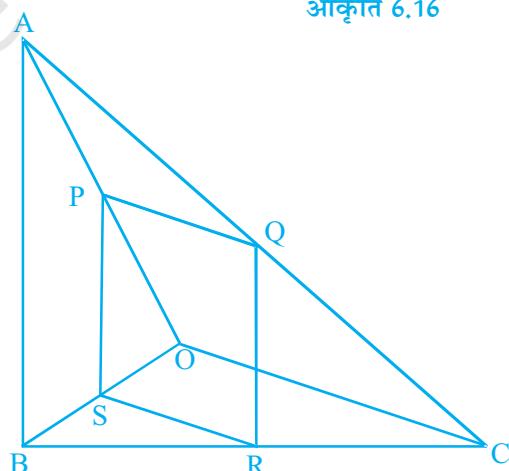
प्रश्नवाली 6.4

1. आकृति 6.16 में, यदि $\angle A = \angle C$, AB = 6 cm, BP = 15 cm, AP = 12 cm और CP = 4 cm है, तो PD और CD की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.16

2. यह दिया है कि $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ इस प्रकार है कि AB = 5 cm, AC = 7 cm, DF= 15 cm और DE = 12 cm है। इन त्रिभुजों की शेष भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

3. सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर, उसकी अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करने के लिए, रेखा खींची जाए, तो ये दोनों भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

4. आकृति 6.17 में, यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा AB||PS है, तो सिद्ध कीजिए कि OC||SR है।

आकृति 6.17

5. 5 m लंबी एक सीढ़ी एक ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे इस प्रकार टिकी हुई है कि उसका ऊपरी सिरा दीवार पर 4 m ऊँचे बिंदु तक पहुँचता है। यदि सीढ़ी के निचले सिरे को दीवार की ओर 1.6 m खिसकाया जाए, तो वह दूरी ज्ञात कीजिए जो सीढ़ी का ऊपरी सिरा ऊपर की ओर दीवार पर सरक जाएगा।

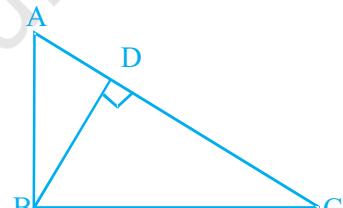
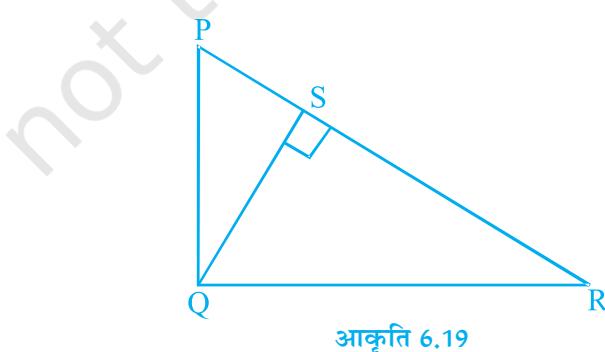
6. शहर A से शहर B तक जाने के लिए एक मार्ग शहर C से होकर इस प्रकार जाता है कि $AC \perp CB$ है, $AC = 2x$ km और $CB = 2(x + 7)$ km है। दोनों शहरों A और B को सीधा जोड़ने के लिए, एक 26 km लंबे राजमार्ग बनाने की एक योजना है। ज्ञात कीजिए कि राजमार्ग बन जाने के बाद, शहर A से शहर B तक जाने में कितनी दूरी कम चलनी पड़ेगी।

7. 18 m ऊँचे एक ध्वज स्तंभ की छाया की लंबाई 9.6 m है। इस स्तंभ के ऊपरी सिरे की छाया के दूरस्थ सिरे से दूरी ज्ञात कीजिए।

8. सड़क पर लगा एक बिजली का बल्ब एक खंभे पर सड़क के स्तर से 6 m ऊपर लगाया गया है। यदि 1.5 m लंबाई वाली एक महिला की छाया 3m लंबी है, तो ज्ञात कीजिए कि वह महिला खंभे के आधार से कितनी दूरी पर खड़ी है।

9. आकृति 6.18 में, ABC एक त्रिभुज है जिसका $\angle B$ समकोण है तथा $BD \perp AC$ है। यदि $AD = 4$ cm, और $CD = 5$ cm है, तो BD और AB ज्ञात कीजिए।

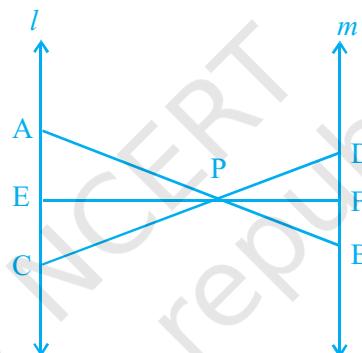
आकृति 6.18

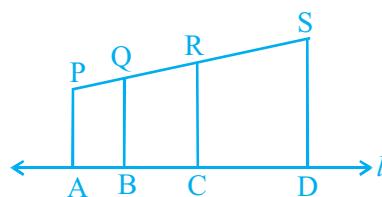
10. आकृति 6.19 में PQR एक समकोण त्रिभुज है, जिसका $\angle Q$ समकोण है तथा $QS \perp PR$ है। यदि $PQ = 6$ cm और $PS = 4$ cm है, तो QS, RS और QR ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.19

11. Δ PQR में, PD $\perp$ QR इस प्रकार है कि D भुजा QR पर स्थित है। यदि PQ = a, PR = b, QD = c और DR = d है, तो सिद्ध कीजिए कि $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$ है।

12. किसी चतुर्भुज ABCD में, $\angle A + \angle D = 90°$ है। सिद्ध कीजिए कि $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$ है।

[**संकेत :** AB और DC को E पर मिलने के लिए बढ़ाइए]।

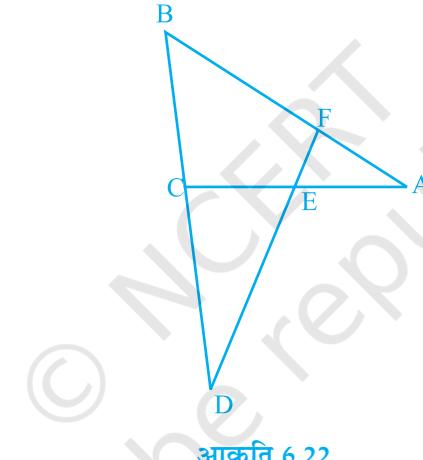
13. आकृति 6.20, में $l \parallel m$ तथा रेखाखंड AB, CD और EF, बिंदु P पर संगामी हैं।

सिद्ध कीजिए कि $\frac{AE}{BF} = \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{FD}$ है।

आकृति 6.20

14. आकृति 6.21 में, PA, QB, RC और SD में से प्रत्येक रेखा l पर लंब है, AB = 6 cm, BC = 9 cm, CD = 12 cm और SP = 36 cm है। PQ, QR और RS ज्ञात कीजिए।

आकृति 6.21

15. एक समलंब ABCD, जिसमें AB || DC है, के विकर्णों AC और BD का प्रतिच्छेद बिंदु O है। O से होकर एक रेखाखंड PQ भुजा AB के समांतर खींचा गया है, जो AD को P और BC को Q पर मिलता है। सिद्ध कीजिए कि PO = QO है।

16. आकृति 6.22 में, रेखाखंड DF त्रिभुज ABC की भुजा AC को बिंदु E पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि E, भुजा AC का मध्य-बिंदु है और ∠AEF = ∠AFE है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}$ है।

[**संकेत :** AB पर ऐसा बिंदु G लीजिए कि CG || DF हो।]

आकृति 6.22

17. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर खींचे गए अर्धवृत्त का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं पर खींचे गए अर्धवृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।

18. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर खींचे गए समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं पर खींचे गए समबाहु त्रिभुजों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।